

MỘT SỐ HƯỚNG ĐỔI MỚI NỘI DUNG GIẢNG DẠY ĐẠO HÀM THEO HƯỚNG GẮN VỚI THỰC TẾ NHẪM NÂNG CAO CHẤT LƯỢNG HỌC TẬP CHO SINH VIÊN

SOME INNOVATIVE DIRECTIONS FOR TEACHING DERIVATIVES TOWARDS A PRACTICAL APPROACH TO IMPROVE THE QUALITY OF LEARNING FOR STUDENTS

(Phạm Ngọc Anh, Nguyễn Thu Hằng)*

**ThS. Trường Đại học Mở - Địa chất*

Received: 15/6/2026; Accepted: 25/6/2026; Published: 2/7/2026

Tóm tắt: Bài báo trình bày tầm quan trọng của việc kết nối toán học với thực tiễn, cụ thể là nội dung Đạo hàm trong học phần Giải tích I tại các trường đại học. Dựa trên việc phân tích thực trạng giảng dạy còn nặng tính lý thuyết, nhóm tác giả đề xuất các phương pháp đổi mới thông qua việc lồng ghép lịch sử toán học, sử dụng bài toán thực tế từ vật lý, kinh tế và sinh học để khơi gợi niềm đam mê và nâng cao hiệu quả học tập cho sinh viên.

Từ khóa: Đạo hàm, gắn kết thực tiễn, hứng thú học tập, phương pháp giảng dạy, Giải tích I.

Abstract: This paper presents the importance of connecting mathematics with practical applications, specifically the content of Derivatives in the Calculus I course at universities. Based on an analysis of the current teaching methods, which are heavily theoretical, the authors propose innovative methods by integrating the history of mathematics and using real-world problems from physics, economics, and biology to spark enthusiasm and improve learning effectiveness for students.

Keywords: derivatives, practical application, learning interest, teaching methods, Calculus I.

1. Đặt vấn đề

Trong xu thế toàn cầu hóa và sự bùng nổ của nền kinh tế tri thức, năng lực tư duy toán học cùng kỹ năng giải quyết vấn đề thực tiễn đã trở thành những yêu cầu cốt lõi đối với nguồn nhân lực chất lượng cao. Do đó, đổi mới nội dung giảng dạy nhằm tiệm cận với thực tế là vấn đề luôn được các nhà giáo dục quan tâm ở mọi cấp học [1,2,3]. Mặc dù công tác giảng dạy toán học ở bậc đại học hiện nay đã có nhiều chuyển biến tích cực, song vẫn tồn tại xu hướng tiếp cận nặng tính hàn lâm, quá tập trung vào kỹ thuật tính toán thuần túy mà tách rời khỏi ngữ cảnh ứng dụng chuyên ngành. Sự ngắt kết nối này khiến sinh viên gặp nhiều trở ngại trong việc chuyển đổi một bài toán thực tế sang mô hình toán học. Ý thức được tầm quan trọng của việc nâng cao chất lượng đào tạo, bài báo này tập trung phân tích thực trạng dạy học toán học nói chung và nội dung đạo hàm nói riêng tại các trường đại học. Ở bậc học này, đạo hàm không chỉ là một khái niệm giải tích nền tảng mà còn là công cụ mạnh mẽ để mô hình hóa sự biến đổi và tối ưu hóa các hệ thống thực tế. Trên cơ sở đó, chúng tôi đề xuất một số định hướng đổi mới nội dung theo hướng gắn kết với thực tiễn, nhằm khơi dậy hứng thú học tập của sinh viên và nâng cao hiệu quả đào tạo trong bối cảnh hiện nay.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. *Thực trạng hoạt động dạy và học nội dung Đạo hàm hiện nay*

Đạo hàm là một trong những khái niệm quan trọng nhất của Toán học hiện đại, được giảng dạy xuyên suốt từ lớp 11 lên đại học và có mặt ở rất nhiều môn học chuyên ngành, từ lý thuyết đến thực tiễn ứng dụng. Tuy nhiên, thực trạng dạy và học nội dung đạo hàm ở bậc đại học hiện nay vẫn còn nhiều hạn chế. Mặc dù đạo hàm có nguồn gốc từ những vấn đề thực tiễn và mang tính ứng dụng rất cao, việc giảng dạy tại nhiều trường đại học vẫn chủ yếu tập trung vào các định nghĩa, định lý, quy tắc tính toán và kỹ thuật giải bài tập. Giảng viên vẫn thường đóng vai trò trung tâm trong quá trình truyền đạt kiến thức, trong khi sinh viên chủ yếu tiếp nhận thông tin một cách thụ động thông qua nghe giảng và ghi chép. Điều này khiến giờ học dễ trở nên khô khan, nặng nề về tính hàn lâm và chưa tạo được sự liên hệ chặt chẽ giữa kiến thức toán học với các vấn đề thực tiễn của ngành nghề cũng như đời sống.

Khảo sát trực tuyến đối với 107 sinh viên Trường Đại học Mở – Địa chất về thực trạng dạy và học nội dung đạo hàm cho thấy: 70% sinh viên cho biết thường xuyên được học lịch sử toán học, 26% chỉ thỉnh thoảng và 4% chưa từng được học. Về việc giới thiệu ứng dụng của đạo hàm, 79% trả lời “luôn được dạy”. Tuy nhiên, khi được hỏi về mức độ hiểu ứng dụng đạo hàm, chỉ 24% khẳng định nắm vững, trong khi 14% cho biết chưa rõ ứng dụng dù hiểu cách tính. Sinh viên đề xuất tăng cường ví dụ thực tiễn, bổ sung lịch sử toán học, giảng dạy chậm hơn và mở rộng các ứng dụng của đạo hàm.

Những kết quả này cho thấy nội dung giảng dạy đạo hàm hiện nay vẫn thiên về lý thuyết, thiếu tính thực tiễn và chưa đáp ứng kỳ vọng của người học. Do đó, việc tích hợp các ứng dụng thực tế, lịch sử toán học và liên hệ liên ngành vào bài giảng cần được thực hiện một cách hệ thống. Điều này không chỉ giúp sinh viên hiểu sâu bản chất khái niệm mà còn phát triển năng lực vận dụng đạo hàm trong bối cảnh kỹ thuật và các tình huống thực tiễn đa dạng.

2.2. *Các giải pháp tăng cường hứng thú thông qua thực tiễn*

2.2.1. *Giải pháp trong giảng dạy*

a. Khai thác lịch sử ra đời của Đạo hàm

Lịch sử toán học luôn là nguồn tư liệu quan trọng giúp người học hiểu rõ ý nghĩa và bối cảnh ra đời của các khái niệm, tránh tình trạng tiếp thu kiến thức một cách máy móc. Với đạo hàm – một khái niệm quen thuộc từ bậc phổ thông và giữ vai trò trung tâm trong giải tích đại học – việc nhìn lại lịch sử hình thành càng có ý nghĩa, giúp người học trả lời được câu hỏi tại sao mình phải học khái niệm này, khái niệm đó dùng để làm gì?

Theo Wikipedia, những ý tưởng sơ khai về đạo hàm đã xuất hiện từ thời Hy Lạp cổ đại, nơi các nhà toán học như Archimedes nghiên cứu độ dốc và tiếp tuyến của đường cong thông qua các bài toán hình học phức tạp. Tuy chưa có hệ thống lý thuyết hoàn chỉnh, các nghiên cứu này đặt nền móng quan trọng cho phép tính vi phân sau này.

Đến thế kỷ XVII, đạo hàm chính thức hình thành và phát triển mạnh mẽ với đóng góp song song, độc lập của Isaac Newton và Gottfried Wilhelm Leibniz. Trong khi Newton sử dụng đạo hàm để giải quyết các bài toán chuyển động trong cơ học, coi đạo hàm chính là vận tốc tức thời hay tốc độ thay đổi của dòng chảy thì Leibniz lại tiếp cận đạo hàm dưới góc nhìn của hình học, xem xét các đại lượng thay đổi qua các khoảng cách vô cùng bé kí hiệu là dy và dx và đạo hàm đối với ông là tỉ số giữa hai đại lượng này. Newton dùng kí hiệu $\dot{y}$ cho đạo hàm còn Leibniz dùng kí hiệu $\frac{dy}{dx}$ đồng thời xây dựng hệ thống ký hiệu toán học rõ ràng, mạch lạc cùng các quy tắc tính đạo hàm.

Những thế kỷ tiếp theo nhiều các nhà toán học tiếp tục nghiên cứu và hoàn thiện định nghĩa đạo hàm. Trong đó phải kể đến vai trò to lớn của hai nhà toán học Cauchy và Weierstrass. Cauchy cho rằng đạo hàm không phải là một phép chia hai số vô cùng bé, mà là giới hạn của một tỷ số khi mẫu số tiến dần về 0 như chúng ta định nghĩa ngày nay còn Weierstrass đưa ra định nghĩa giới hạn bằng ngôn ngữ epsilon - delta cực kỳ nghiêm ngặt, chính thức hoàn thiện lý thuyết đạo hàm. Còn kí hiệu đạo hàm là y' được sử dụng lần đầu bởi Lagrange.

Ngày nay, đạo hàm trở thành công cụ không thể thiếu trong việc phân tích các hiện tượng biến thiên liên tục. Từ vật lý, kỹ thuật đến kinh tế hay khoa học xã hội, đạo hàm giúp giải quyết các bài toán thực tiễn như xác định tốc độ tức thời, mô hình hóa chuyển động, tối ưu hóa lợi nhuận hoặc chi phí. Sự phát triển của công nghệ, kinh tế và nhiều ngành khoa học hiện đại đều mang dấu ấn của công cụ toán học quan trọng này.

b. Khai thác ví dụ thực tiễn trong quá trình dạy học

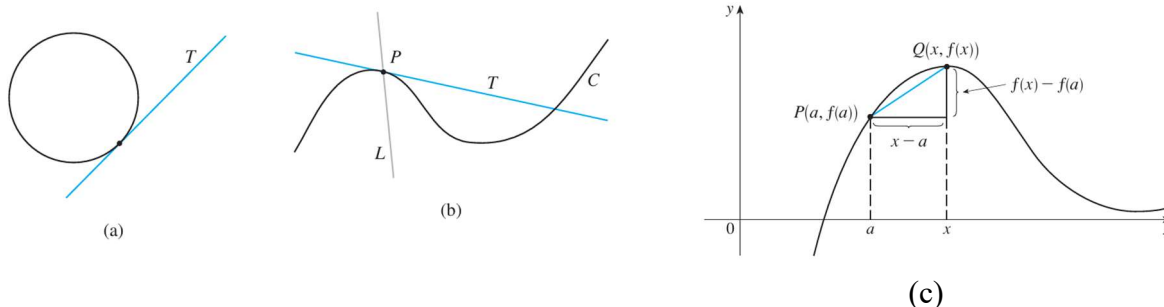
Với khái niệm “Đạo hàm”, chúng tôi đưa ra một số gợi ý cho các bài toán mở đầu cũng như một vài ví dụ trong xây dựng bài tập cho sinh viên, tham khảo trong [4].

Bài toán 1. Bài toán tiếp tuyến

Từ *tangent* (tiếp tuyến) bắt nguồn từ tiếng Latinh *tangens*, có nghĩa là "tiếp xúc". Vì vậy, một tiếp tuyến của một đường cong là một đường thẳng "chạm" vào đường cong đó. Nói cách khác, một đường tiếp tuyến phải có cùng hướng với đường cong tại điểm tiếp xúc. Làm thế nào để ý tưởng này trở nên chính xác hơn?

Đối với một hình tròn, chúng ta có thể đơn giản làm theo Euclid và nói rằng tiếp tuyến là một đường thẳng cắt hình tròn tại một điểm duy nhất (như trong Hình a). Tuy nhiên, đối với các đường

cong phức tạp hơn, định nghĩa này là không đầy đủ. Hình (b) cho thấy hai đường thẳng L và T cùng đi qua một điểm P trên đường cong C . Đường thẳng L chỉ cắt C một lần, nhưng nó chắc chắn không giống với những gì chúng ta nghĩ về một tiếp tuyến. Ngược lại, đường thẳng T trông giống như một tiếp tuyến nhưng nó lại cắt C tới hai lần.



Để cụ thể hơn, chúng ta hãy xem xét bài toán tìm đường tiếp tuyến T của đường cong C có phương trình $y = f(x)$ tại điểm $P(a, f(a))$. (Hình (c))

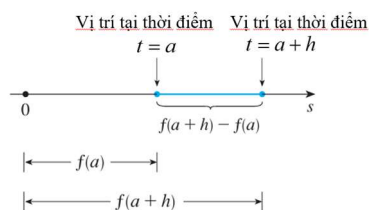
Chúng ta sẽ có thể tìm được phương trình của đường tiếp tuyến T ngay khi biết hệ số góc m của nó. Khó khăn ở chỗ chúng ta chỉ biết một điểm P nằm trên T , trong khi chúng ta cần tới hai điểm để tính hệ số góc. Nhưng hãy quan sát rằng chúng ta có thể tính toán một giá trị xấp xỉ cho m bằng cách chọn một điểm $Q(x, f(x))$ gần đó, với $x \neq a$, và tính hệ số góc của đường cát tuyến

PQ : $m_{PQ} = \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$. Sau đó, chúng ta cho Q tiến dần đến P dọc theo đường cong C bằng cách cho x tiến dần đến a . Nếu m_{PQ} tiến dần đến một số m , thì chúng ta định nghĩa tiếp tuyến T là đường thẳng đi qua P với hệ số góc m . (Điều này tương đương với việc nói rằng đường tiếp tuyến là vị trí giới hạn của đường cát tuyến PQ khi Q tiến dần đến P). Vậy đường **tiếp tuyến** của đường cong $y = f(x)$ tại điểm $P(a, f(a))$ là đường thẳng đi qua P có hệ số góc:

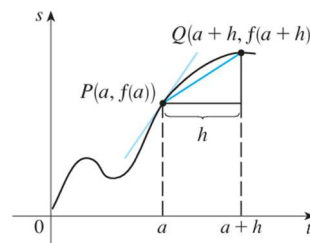
$m = f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ với điều kiện giới hạn này tồn tại.

Bài toán 2. Bài toán vận tốc tức thời

Giả sử một vật chuyển động trên một đường thẳng theo phương trình chuyển động $s = f(t)$, trong đó s là độ dài (khoảng cách có hướng) của vật so với gốc tọa độ tại thời điểm t . Hàm số f mô tả chuyển động này được gọi là **hàm vị trí** của vật. Trong khoảng thời gian từ $t = a$ đến $t = a + h$, sự thay đổi vị trí là $f(a + h) - f(a)$. (Xem hình (d)).



(d)



(e)

Vận tốc trung bình trong khoảng thời gian này là: $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ đây cũng chính là hệ số góc của đường cát tuyến PQ (trong hình (e)).

Khó khăn trong việc tìm vận tốc tại thời điểm $t = a$ là chúng ta đang xử lý một thời điểm duy nhất ($t = a$), vì vậy không có khoảng thời gian nào liên quan. Tuy nhiên, chúng ta có thể xấp xỉ đại lượng mong muốn bằng cách tính vận tốc trung bình trong khoảng thời gian ngắn. Bây giờ, giả sử chúng ta tính toán các vận tốc trung bình trong các khoảng thời gian $[a, a+h]$ ngày càng ngắn hơn. Nói cách khác, chúng ta để h tiến dần về 0. Chúng ta định nghĩa **vận tốc** (hay **vận tốc tức thời**) $v(a)$ tại thời điểm $t = a$ là giới hạn của các vận tốc trung bình này:

$f'(a) = v(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$. Điều này có nghĩa là vận tốc tại thời điểm $t = a$ bằng với hệ số góc của đường tiếp tuyến tại điểm P .

c. Khai thác mối liên hệ toán học với các ngành nghề khác

Ví dụ. (Đạo hàm trong kinh tế) Trong năm 2025, doanh nghiệp thép phải đối mặt với giá quặng sắt thế giới tăng 15% và thuế chống bán phá giá từ thị trường Mỹ. Giả sử hàm doanh thu và hàm chi phí của doanh nghiệp được xác định lần lượt là: Hàm doanh thu: $R(Q) = -0,0005Q^2 + 16,3Q$

Hàm chi phí: $C(Q) = 0,0003Q^2 + 12,5Q + 300$ (Trong đó: Q là sản lượng tính bằng nghìn tấn; R, C tính bằng tỷ VND). Hiện tại, doanh nghiệp đang sản xuất ở mức 2.000 nghìn tấn. Nếu doanh nghiệp quyết định sản xuất thêm 1 nghìn tấn thép nữa (tổng sản lượng lên 2.001 nghìn tấn), thì chi phí phát sinh thêm ước tính là bao nhiêu tỷ VND? Ước tính mức tăng doanh thu khi doanh nghiệp bán thêm 1 nghìn tấn thép đó? Tại mức sản lượng này, việc tăng sản xuất có mang lại thêm lợi nhuận cho doanh nghiệp không?

Chi phí để sản xuất thêm 1 nghìn tấn thép nữa khi đang sản xuất ở mức 2.000 nghìn tấn là xấp xỉ giá trị $C'(2000)$: $C'(Q) = \frac{d}{dQ}(0,0003Q^2 + 12,5Q + 300) = 0,0006Q + 12,5$. Vậy $C'(2.000) = 13,7$. Kết luận: Chi phí phát sinh thêm để sản xuất thêm 1 nghìn tấn thép là khoảng 13,7 tỷ VND.

Mức tăng doanh thu khi bán thêm 1 đơn vị sản phẩm xấp xỉ bằng $R'(Q)$. $R'(Q) = \frac{d}{dQ}(-0,0005Q^2 + 16,3Q) = -0,001Q + 16,3$. Vậy $R'(2000) = 14,3$

Kết luận: Doanh thu dự kiến tăng thêm khoảng 14,3 tỷ VND.

Tại mức sản lượng 2.000 nghìn tấn: Doanh thu biên (14,3 tỷ VND) lớn hơn Chi phí biên (13,7 tỷ VND). Vậy việc sản xuất thêm 1 nghìn tấn thép tại thời điểm này sẽ làm tăng tổng lợi nhuận của doanh nghiệp (tăng thêm khoảng 0,6 tỷ VND cho đơn vị bổ sung đó).

2.2.2. Giải pháp trong thi cử

a. Đổi mới nội dung đề thi theo hướng gắn với thực tiễn

Hiện nay, phần lớn đề kiểm tra và đề thi đạo hàm ở bậc đại học chủ yếu tập trung vào kỹ năng tính toán, chẳng hạn như tính đạo hàm của hàm số, tìm cực trị hoặc khảo sát hàm số. Điều này khiến sinh viên có xu hướng học thuộc công thức và luyện tập các dạng bài quen thuộc hơn là hiểu bản chất của khái niệm. Vì vậy, cần tăng cường các câu hỏi xuất phát từ những tình huống thực tiễn trong vật lý, kinh tế, kỹ thuật, môi trường hoặc khoa học dữ liệu. Chẳng hạn, thay vì yêu cầu tính đạo hàm đơn thuần, đề thi có thể yêu cầu sinh viên phân tích tốc độ tăng trưởng doanh thu, xác định thời điểm chi phí sản xuất tối ưu hoặc mô tả tốc độ lan truyền của một hiện tượng tự nhiên thông qua đạo hàm.

b. Tăng cường các câu hỏi đánh giá tư duy và năng lực vận dụng

Đề thi cần giảm tỷ trọng các bài toán tính toán cơ học và tăng cường các câu hỏi yêu cầu giải thích ý nghĩa của đạo hàm, phân tích kết quả tính toán hoặc lựa chọn mô hình phù hợp để giải quyết vấn đề. Ví dụ, sinh viên có thể được yêu cầu giải thích ý nghĩa vật lý của đạo hàm tại một điểm, phân tích ý nghĩa kinh tế của độ co giãn cận biên hoặc đánh giá ảnh hưởng của sự thay đổi một đại lượng đến đại lượng khác.

c. Kết hợp các hình thức đánh giá mang tính thực tiễn

Thay vì chỉ đánh giá thông qua một bài thi cuối kỳ, cần tăng cường các hình thức đánh giá thường xuyên như bài tập lớn, dự án học tập, thuyết trình hoặc báo cáo về việc ứng dụng đạo hàm trong thực tiễn và chuyên ngành. Hình thức này giúp sinh viên có cơ hội tiếp cận các bài toán thực tế, phát triển khả năng tự học, làm việc nhóm và nghiên cứu độc lập.

3. Kết luận

Tăng cường hứng thú học tập không đơn thuần là thay đổi không khí lớp học mà là thay đổi "tư duy tiếp cận kiến thức". Qua việc gắn nội dung Đạo hàm với lịch sử khoa học và các ứng dụng thực tiễn đa dạng, sinh viên sẽ nhận thấy Toán học không hề xa rời cuộc sống. Điều này không chỉ giúp nâng cao kết quả học tập môn Giải tích mà còn trang bị cho sinh viên kỹ năng tư duy mô hình hóa - một năng lực cốt lõi của người kỹ sư và nhà kinh tế trong tương lai.

Tài liệu tham khảo:

- [1]. Bui Van Nghi, (2010), Connecting mathematics with real life, Journal of Science, Hanoi National University of Education, No. 1.
- [2]. Phan Văn Lý, (2013), Tăng cường các bài toán có nội dung thực tiễn trong dạy học phép tính vi phân, tích phân hàm nhiều biến số ở trường cao đẳng sư phạm, *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội*, Vol. 58, 147 - 153.
- [3]. Nguyễn Tiến Trung, Về dạy học môn Toán và vấn đề kết nối Toán học với thực tiễn trong dạy học, *Tạp chí Khoa học giáo dục Việt Nam*, số 139(2017), 64-68.
- [4]. James Stewart, (2007), Essential Calculus, Thomson Brooks/Cole, United States, 87-91